

Classe : 3^{ème} Math + Sc
Série d'exercices (Nombres complexes)

Exercice 1 : Vrai-Faux

- A) On donne $z = 2 - 3i$ et $z' = 3 + i$.
- 1) $\operatorname{Re}(z \cdot z') = 6$. 2) $\operatorname{Im}(z \cdot z') = -7$ 3) $\frac{1}{z} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}i$ 4) $\frac{1}{z'} = \frac{3}{8} - \frac{1}{8}i$ 5) $\operatorname{Re}(z^2) = -5$
- B) 1) L'affixe du vecteur \overrightarrow{AB} est $z_B - z_A$ 2) L'affixe du milieu I de [AB] est $\frac{1}{2}(z_B + z_A)$
- 3) L'affixe du centre de gravité G de ABC est : $z_G = \frac{1}{3}(z_A + z_B + z_C)$

Exercice 2 : Q.C.M

- 1) L'ensemble des points M (z) tels que $|z| = 2$ est :
 a) Une droite b) un cercle c) une demi-droite
- 2) L'ensemble des points M (z) tels que $|z + 4| = 1$ est :
 a) Vide b) un cercle c) une droite
- 3) L'ensemble des points M (z) tels que $|z - i| = |1 - z|$ est :
 a) Vide b) une droite c) un segment
- 4) L'ensemble des points M (z) tels que $\arg(z + i) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ est :
 a) Un demi-cercle b) une droite c) une demi droite.

Exercice 3 :

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct (O ; \vec{u}, \vec{v}).

On considère les points A, B, C et E d'affixes respectives $z_A = 2 - i$; $z_B = -1$ et $z_C = 3i$ et $z_E = 3 - 3i$

- 1) a) Placer les points A, B, C et E dans P.
 b) Montrer que ABC est un triangle rectangle et isocèle en B.
 c) Déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un carré.
- 2) Montrer que les points A, C et E sont alignés.
- 3) On associe à tout point M d'affixe z le point M' d'affixe $Z' = \frac{iz + 3}{z - 2 + i}$; ($z \neq 2 - i$)
 a) Déterminer Z' sous forme algébrique lorsque : $z = z_E$.
 b) Montrer que $|Z'| = \frac{CM}{AM}$
 c) Déduire l'ensemble Δ des points M d'affixes z tel que $|Z'| = 1$
- 4) Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tel que Z' soit réel.

Exercice 4 :

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct (O ; \vec{u}, \vec{v}).

- 1) a) Placer les points A (-2i) ; B (1+i) ; C (4+2i) et I (2) . b) Vérifier que I est le milieu de [AC]
- 2) a) Calculer les affixes u et u' des vecteurs \overrightarrow{BA} et \overrightarrow{BC} . b) Montrer que ABC est un triangle isocèle en B
- 3) Soit $D = S_I(B)$
 a) Calculer l'affixe du point D . b) Montrer que ABCD est un losange
- 4) Déterminer géométriquement les ensembles suivants :
 $\Delta = \{M(z) \text{ tel que } |z - 2| = |z + 2i|\}$; $\Delta' = \{M(z) \text{ tel que } |iz - i + 1| = |z - 4 - 2i|\}$ et $\zeta = \{M(z) \text{ tel que } |2z + 4i| = 4\}$.

Exercice 5:

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}). On considère les points A et B d'affixe respectives

$a = 2 + 2i\sqrt{3}$ et $b = -2\sqrt{3} + 2i$.

- 1) a) Ecrire a et b sous forme trigonométrique. b) Représenter les points A et B.
- 2) On pose $z = a + b$ et on désigne par N le point d'affixe z.
 a) Montrer que OANB est un carré.
 b) Déterminer le module et un argument de z.
- c) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$
- 3) Soient C et D les points d'affixes respectives $c = -2\sqrt{3} - 2i$ et $d = 4$.
 a) Déterminer $\left(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\right)$. En déduire que le triangle OBC est équilatéral.
 b) Montrer que le quadrilatère ABCD est un trapèze.